



Monografías de Juan Mascareñas sobre Finanzas Corporativas
ISSN: 1988-1878
Opciones reales en la valoración de proyectos de inversión



Opciones reales en la valoración de proyectos de inversión

© Juan Mascareñas
Universidad Complutense de Madrid

Versión inicial: mayo 1999 - Última versión: julio 07

- *Introducción, 2*
- *Los proyectos de inversión analizados como opciones reales, 6*
- *Ejemplo de opciones reales, 11*
- *La opción de diferir una inversión, 14*
- *La opción de ampliar una inversión, 17*
- *La opción de abandono, 19*
- *La gestión de las opciones reales, 22*
- *Supuestos y problemas al aplicar el análisis de opciones reales, 25*
- *Bibliografía, 28*
- *Ejercicios, 29*
- *Apéndice: El Método Binomial de Valoración de Opciones, 31*



1. INTRODUCCIÓN

El objeto del presupuesto de capital es encontrar proyectos de inversión cuya rentabilidad supere al coste de llevarlos a cabo, es decir, proyectos que aporten valor a la empresa. El principal problema, dejando a un lado el de la determinación del coste de oportunidad del capital del proyecto, es el de la valoración del activo que se creará al realizar la inversión (una fábrica, un barco, una refinería, etcétera). Así, cuando valoramos un proyecto de inversión realizamos una previsión de los flujos de caja que promete generar en el futuro y procedemos a calcular su valor actual con objeto de poder comparar, en un momento determinado del tiempo (el actual), el valor global de dichos flujos de caja con respecto al desembolso inicial que implica la realización de dicho proyecto. Uno de los criterios de comparación más comúnmente empleados en las empresas¹ es el del *valor actual neto* (VAN) que, además, es el criterio más acorde al objetivo general de todo directivo: la maximización del valor de la empresa para el accionista; puesto que indica exactamente cuanto se prevé que aumente el valor de una empresa si realiza el proyecto que se está valorando. Su ecuación general es la siguiente:

$$[\text{Ec.1}] \quad \text{VAN} = -A + \sum_{j=1}^{j=n} \frac{FC_j}{(1+k)^j}$$

donde el desembolso inicial del proyecto viene representado por A , los diversos flujos de caja esperados por FC_j , el horizonte temporal del proyecto por n , y la tasa de descuento (el coste de oportunidad del capital) apropiada al riesgo del proyecto por k . Este criterio considera efectuable un proyecto de inversión cuando el VAN es positivo, es decir, cuando la totalidad de los flujos de caja esperados descontados a una tasa apropiada al riesgo del proyecto supera al coste de realizarlo. Por el contrario, si el VAN fuese negativo, sería desaconsejable realizar el proyecto².

Sin embargo, es necesario tener en cuenta que cuando se analiza un proyecto de inversión bajo la óptica del criterio de valoración VAN por lo general el analista realiza una serie de supuestos que afectan al resultado obtenido. Los principales son:

1. Los flujos de caja que el proyecto promete generar pueden reemplazarse por sus valores medios esperados y éstos se pueden tratar como valores conocidos desde el principio del análisis. Este supuesto implica ignorar que la directiva puede alterarlos al adaptar su gestión a las condiciones imperan-

¹ Véase el estudio de GRAHAM, J.; HARVEY, C.: "The theory and practice of corporate finance: evidence from the field". *Journal of Financial Economics* nº 60. 2001. Págs.: 187-243. En el que se demuestra que el VAN es utilizado el 74,93% de las veces en las que se valora un proyecto (sólo es superado por el método de la tasa interna de rendimiento: 75,61%).

² En la elaboración de este capítulo se supone que el lector conoce perfectamente cómo valorar un proyecto de inversión a través del método VAN. Si no fuese así puede consultar cualquier manual de finanzas empresariales o mi monografía "Valoración de proyectos de inversión productivos" descargable en <http://www.ucm.es/info/jmas/monograf.htm>



- tes en el mercado durante toda la vida del proyecto. Esta *flexibilidad operativa* aporta valor al proyecto de inversión, valor que el método VAN, por ejemplo, es incapaz de reflejar³ (véase la tabla 1).
2. La tasa de descuento es conocida y constante, dependiendo únicamente del riesgo del proyecto. Lo que implica suponer que el riesgo es constante, suposición falsa en la mayoría de los casos, puesto que el riesgo depende de la vida que le quede al proyecto⁴ y de la rentabilidad actual del mismo a través del efecto del apalancamiento operativo. Por tanto, la tasa de descuento varía con el tiempo y, por tanto, es incierta.
 3. La necesidad de proyectar los precios esperados a lo largo de todo el horizonte temporal del proyecto es algo imposible o temerario en algunos sectores, porque la gran variabilidad de aquéllos obligaría a esbozar todos los posibles caminos seguidos por los precios al contado a lo largo del horizonte de planificación. Como esto es muy difícil de hacer, de cara a la aplicación del VAN, arbitrariamente se eligen unos pocos de los muchos caminos posibles.
 4. Se supone que los VAN de los proyectos son aditivos, lo que no es del todo cierto porque no pueden valorar la serie de activos intangibles (la flexibilidad operativa y las interacciones entre proyectos, por ejemplo) que llevan incorporados aquéllos⁵.

Es importante señalar que las carencias anteriormente señaladas no lo son del método, que adecuadamente empleado, puede perfectamente soslayarlas, sino del uso que habitualmente se hace de dicho método en el día a día.

Las principales limitaciones en el uso del VAN surgen debido a que éste es un método desarrollado inicialmente para la valoración de los bonos sin riesgo, y cuya utilización se extendió también a la valoración de los proyectos de inversión reales (se hace una analogía entre los cupones del bono y los flujos de caja del proyecto). Sin embargo, la analogía apropiada dependerá del tipo de proyecto analizado, así en el caso de los recursos naturales, en los proyectos de I+D y en otros tipos de proyectos reales las opciones financieras resultan ser una mejor analogía que los bonos.

En todo caso, los métodos clásicos de valoración de proyectos, que son idóneos cuando se trata de evaluar decisiones de inversión que no admiten demora (realizar el proyecto ahora o nunca), infravaloran el proyecto si éste posee una flexibilidad operativa (se puede hacer ahora, o más adelante, o no hacerlo) u oportunidades de creci-

³ Aunque es posible reflejarlo, en cierta forma, utilizando la técnica de los árboles de decisión (claro que éstos no ajustan la valoración al grado de riesgo de cada instante). Véase, por ejemplo, SUAREZ, Andrés: *Decisiones Óptimas de Inversión y Financiación en la Empresa*. Pirámide. Madrid. 1996 (18ª ed.) Caps.: 14 y 15. Un análisis comparativo de los árboles de decisión y de las opciones reales puede verse en COPELAND, Tom y ANTIKAROV, Vladimir: *Real Options. A practitioner's guide*. Texere. Nueva York. 2001. Capítulo 4.

⁴ En una gran variedad de proyectos de inversión, el riesgo disminuye con el tiempo porque conforme el proyecto se va desarrollando la directiva obtiene más información sobre él y es capaz de prever con mayor exactitud los flujos de caja que quedan por recibir, además de aprovecharse de aquélla para intentar que éstos sean lo más altos posibles.

⁵ Piense, por ejemplo, en una fusión de dos empresas, el resultado no es la suma exacta de sus valores individuales, salvo por accidente, debido a los efectos sinérgicos (positivos y negativos) implicados.



miento contingentes. Lo que sucede cuando la directiva puede sacar el máximo partido del riesgo de los flujos de caja. Por tanto, "la posibilidad de retrasar un desembolso inicial irreversible puede afectar profundamente la decisión de invertir. Esto, también, erosiona la sencilla regla del valor actual neto, y desde aquí el fundamento teórico de los típicos modelos de inversión neoclásicos"⁶.

Por tanto, podemos redefinir la regla de decisión del VAN que, recordemos, recomendaba aceptar un proyecto cuando el valor de una unidad de capital era superior o igual a su coste de adquisición e instalación. Esta regla es incorrecta porque ignora el coste de oportunidad de realizar la inversión ahora, renunciando a la opción de esperar para obtener nueva información. Por tanto, para que un proyecto de inversión sea ejecutable el valor actual de los flujos de caja esperados deberá ser superior a su coste de adquisición e instalación, al menos, en una cantidad igual al valor de mantener viva la opción de inversión.

Dicho de otro modo, el valor global de un proyecto de inversión en la actualidad, llamémoslo *VAN total* (mientras que denominaremos *VAN básico* al clásico valor actual neto), será igual a:

$$\text{VAN total} = \text{VAN básico} + \text{VA (opciones reales implícitas)}$$

La valoración de proyectos de inversión a través de la metodología de las opciones reales se basa en que la decisión de invertir puede ser alterada fuertemente por: el grado de irreversibilidad, la incertidumbre asociada y el margen de maniobra del decisor.

En concreto, la valoración de las opciones reales es más importante cuando (ver la tabla 1):

- a) Existe una gran incertidumbre donde el equipo directivo puede responder flexiblemente a la nueva información. Si la incertidumbre fuese pequeña o no existiese (una inversión en bonos sin riesgo, por ejemplo) las opciones reales carecerían de valor puesto que serían inútiles.
- b) El valor del proyecto está próximo a su umbral de rentabilidad (si el VAN es muy grande casi con toda seguridad el proyecto se realizará sea cuál sea su flexibilidad; por otro lado, si el VAN es muy negativo el proyecto será desechado sin hacer caso del valor de la flexibilidad). Imagine un proyecto con un VAN próximo a cero pero cuyo valor puede oscilar 300 millones de euros hacia arriba o hacia abajo, una *opción de diferir* el proyecto tendrá un gran valor porque permitirá esperar a ver por dónde se decanta el VAN en el futuro.

⁶ DIXIT, A.K. y PINDICK, R.S.: *Investment under Uncertainty*. Princeton University Press. Princeton. NJ. 1994. Pág.: XI



		<i>Incertidumbre</i>	
		Probabilidad de recibir nueva información	
<i>Espacio para la flexibilidad operativa</i> Posibilidad para responder		<i>Baja</i>	<i>Alta</i>
		<i>Alta</i>	Valor de la flexibilidad moderado
<i>Baja</i>	Valor de la flexibilidad bajo	Valor de la flexibilidad moderado	

Tabla 1 El valor de la flexibilidad operativa

La flexibilidad afecta a las decisiones relacionadas con la producción, inversiones en capacidad, marketing, I+D, etc. En la valoración de empresas es especialmente importante en el caso de empresas con un único producto, empresas de extracción o relacionadas con "commodities", o con graves problemas financieros.

Imagine un proyecto de inversión cuyo desembolso inicial sea de 450 millones de euros y cuyo valor actual de los flujos de caja esperados es, en promedio, igual a 406,71 millones, su VAN medio esperado será igual a -43,29 millones de euros. Sin embargo el VA medio de 406,71 millones es una media porque, como se puede ver en la figura 1, la dispersión de dicho valor medido por la desviación típica es del 55,84%, así que el VAN que realmente se obtenga si se realiza el proyecto puede ser muy positivo o muy negativo (en la figura 2 se puede apreciar la distribución de sus valores). En conclusión, el VAN medio esperado es negativo pero la volatilidad del proyecto es tan grande que si se espera a ver cómo evoluciona la demanda se pueden obtener grandes ganancias si dicha evolución es favorable.

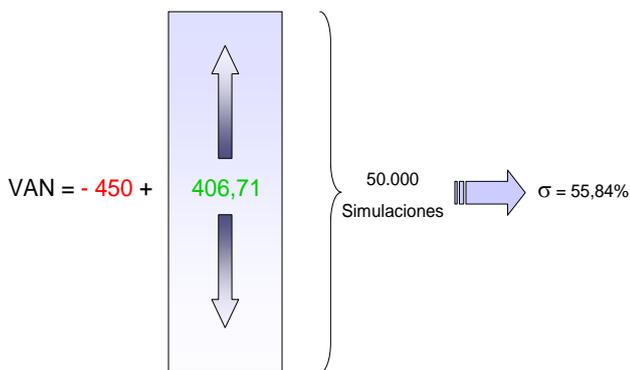


Fig. 1

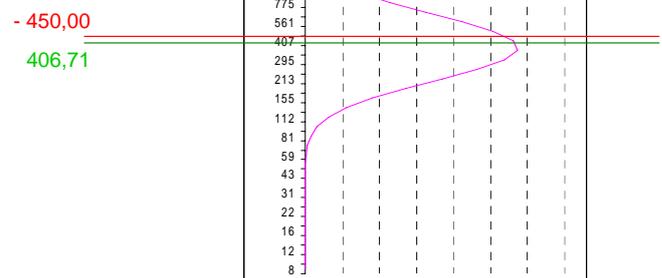


Fig. 2



2. LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN ANALIZADOS COMO OPCIONES REALES

La posibilidad de realizar un proyecto de inversión tiene un gran parecido con una opción para adquirir una acción. Ambos implican el derecho, pero no la obligación, de adquirir un activo pagando una cierta cantidad de dinero en un momento determinado. Las *opciones reales* son aquéllas cuyo activo subyacente es un activo real⁷ como, por ejemplo, un inmueble, un proyecto de inversión, una empresa, una patente, etcétera.

Opción de compra real	Variable	Opción de compra financiera
Valor de los activos operativos que se van a adquirir: VA de los flujos de caja que genere el activo real	S	Precio del activo financiero: VA de los flujos de caja que genere el activo financiero
Desembolsos requeridos para adquirir el activo real: Coste del proyecto de inversión	X	Precio de ejercicio al que se tiene derecho a adquirir el activo financiero
Longitud del tiempo que se puede demorar la decisión de realizar el proyecto de inversión	t	Tiempo hasta el vencimiento de la opción de compra
Riesgo del activo operativo subyacente: Volatilidad del VA de los flujos de caja	σ^2	Varianza de los rendimientos del activo financiero
Valor temporal del dinero	r_f	Tasa de interés sin riesgo
Flujos de caja a los que se renuncia por no realizar ahora mismo el proyecto de inversión	D	Dividendos del activo subyacente

Tabla 2

El valor de las opciones es función de seis variables (ver tabla 2):

- El precio del activo subyacente (S)*: En la opción financiera indica el precio actual del activo financiero subyacente; mientras que en la opción real indica el valor actual del activo real subyacente, es decir, el valor actual de los flujos de caja que se espera genere dicho activo.

⁷ Fue Stewart Myers el que acuñó el término por vez primera en Myers, S (1984): "Finance Theory and Financial Strategy", *Interfaces* Vol 14 (enero-Febrero). Pp.: 126-137



- b) *El precio de ejercicio (X)*: En la opción financiera indica el precio al que el propietario de la opción puede ejercerla, es decir, el precio que puede pagar para comprar el activo financiero subyacente (*call*), o el precio que le pagarán por venderlo (*put*). En la opción real, indica el precio a pagar por hacerse con el activo real subyacente, es decir, con sus flujos de caja (por ejemplo, en un proyecto de inversión, será el desembolso inicial); o el precio al que el propietario del activo subyacente tiene derecho a venderlo, si la opción es de venta.
- c) *El tiempo hasta el vencimiento (t)*: Tiempo de que dispone su propietario para poder ejercer la opción.
- d) *El riesgo o volatilidad (σ)*: Varianza, o desviación típica, de los rendimientos del activo subyacente. Indica la volatilidad del activo subyacente cuyo precio medio es S pero que puede oscilar en el futuro, la medida de dicha oscilación es la desviación típica de los rendimientos.
- e) *El tipo de interés sin riesgo (r_f)*. Refleja el valor temporal del dinero.
- f) *Los dividendos (D)*: Dinero líquido generado por el activo subyacente durante el tiempo que el propietario de la opción la posee y no la ejerce. Si la opción es de compra, este dinero lo pierde el propietario de la opción (porque si hablamos de una opción de compra de acciones, mientras ésta no se ejerza su propietario no será accionista y, por tanto, no tendrá derecho a los dividendos). En el caso de las opciones reales de compra, es el dinero que genera el activo subyacente (o al que se renuncia) mientras el propietario de aquélla no la ejerza.

Ahora bien, estas variables tienen un impacto diferente sobre el valor de las opciones. Veamos cómo le afectan (véase la tabla 3).

Si el *precio del activo subyacente* aumenta (o disminuye) el valor de la opción de compra también lo hará. Lo contrario ocurrirá con la opción de venta.

Si el *precio de ejercicio* aumenta (o disminuye) el valor de la opción de compra descenderá (o aumentará). El valor de la opción de venta se mueve en el mismo sentido que el precio de ejercicio.

La posibilidad de posponer una inversión (se denomina técnicamente *opción de diferir*) proporciona a la empresa un tiempo adicional para examinar la tendencia de los acontecimientos futuros reduciendo, al mismo tiempo, la posibilidad de incurrir en costosos errores debido a que los acontecimientos se han desarrollado en contra de lo previsto. Cuanto mayor sea el intervalo de *tiempo (t)*, que se tiene de margen para demorar la decisión final, mayor será la posibilidad de que los acontecimientos se desarrollen de forma favorable aumentando la rentabilidad del proyecto. Es evidente, que si dichos acontecimientos fuesen contrarios a los intereses del decisor, éste renunciaría a realizar el proyecto evitando así una pérdida innecesaria.

En cuanto al *riesgo* asociado al proyecto (σ), es preciso señalar que cuanto más grande sea más valiosa será la opción de diferir el proyecto. Ello se debe a la asimetría existente entre pérdidas y ganancias; así, un aumento de las operaciones hará aumentar la positividad del VAN mientras que un gran descenso de aquéllas no necesariamente hará que el VAN sea negativo (porque, en este caso, se pueden eliminar las



pérdidas al no ejercer la opción de inversión -véanse las figuras 3 y 4).

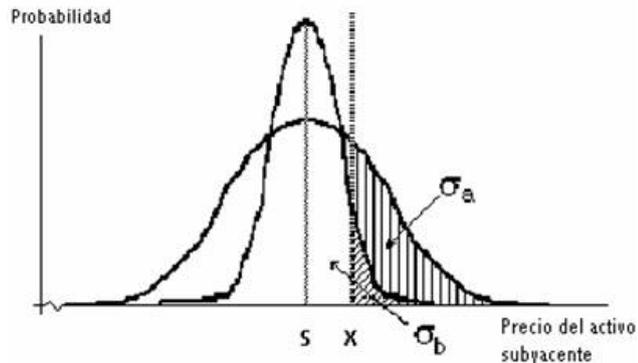


Fig.3

Claro que hay que tener en cuenta que, aunque un aumento del riesgo del proyecto puede aumentar el valor de la opción, en el contexto del presupuesto de capital podría aumentar el coeficiente de volatilidad *beta* del activo y reducir el VAN del escenario base a través del incremento de la tasa de descuento (véase la ecuación 1). Por ello, habrá casos en que el aumento del valor de la opción supere al descenso del VAN básico pero existirán otros en que ocurra exactamente lo contrario. Concretando, un aumento del valor de la opción de diferir el proyecto no significa que aumente el deseo de invertir, puesto que el aumento del riesgo reduce dicho deseo (o retrasa la decisión de inversión) debido a que el incremento en el valor del proyecto de inversión se debe, precisamente, al valor de la espera. Por tanto, el aumento del valor de la opción de diferir la inversión refleja exactamente la necesidad de esperar todo lo que se pueda antes de proceder a realizar el proyecto.

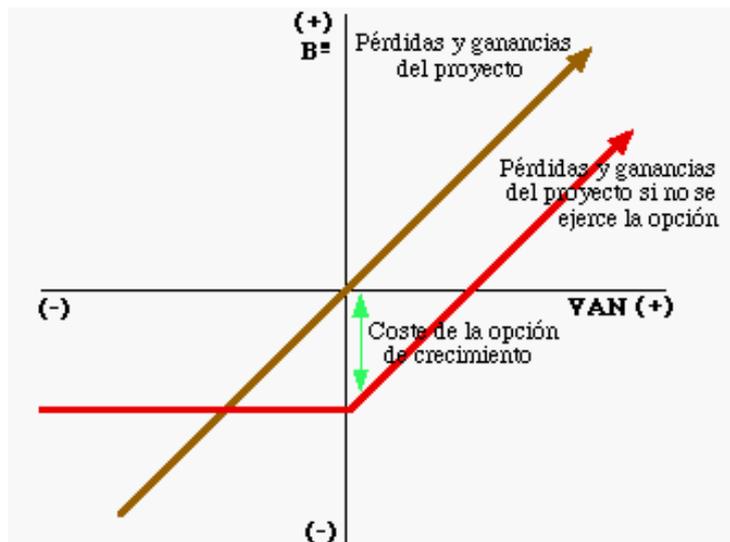


Fig. 4 La asimetría entre las ganancias superiores y las pérdidas inferiores derivadas de la tenencia de una opción



Por la misma razón un aumento del *tipo de interés sin riesgo* (r_f) produce un descenso del valor del activo (al penalizar el valor actual de los flujos de caja esperados) y, al mismo tiempo, reduce el valor actual del precio de ejercicio de la opción. Por lo general, pero no siempre, el efecto neto resultante induce a pensar que un aumento del tipo de interés sin riesgo provoca un ascenso del valor de los proyectos con opciones de expansión (esto es, que un aumento del tipo de interés sin riesgo suele reducir con más fuerza el valor actual del precio de ejercicio que el valor del activo).

	Opción de compra	Opción de venta
Precio del activo subyacente	+	-
Precio de ejercicio	-	+
Tiempo	+	+
Riesgo	+	+
Tipo de interés	+	-
Dividendos	-	+

Tabla 3

En cuanto a los *dividendos*. Cuanto mayor sea su valor menor es el valor de la opción de compra. En el contexto de los proyectos de inversión reales, los dividendos vienen a ser los flujos de caja a los que se renuncia por no haber realizado ya el proyecto de inversión. Así, imagínese que usted está pensando en si lleva a cabo, o no, el desarrollo de una patente, mientras no lo haga está dejando de ganar los flujos de liquidez que le proporcionaría el haberlo desarrollado ya.

2.1 Opciones en exclusiva y opciones compartidas

Kester⁸ observó que las empresas tienden a comprometer fondos en las inversiones más pronto que tarde, a pesar de la posibilidad de diferir en el tiempo dicho compromiso. La razón estriba en que una opción es más valiosa cuando se posee en exclusiva que cuando es compartida porque los competidores pueden replicar las inversiones de la empresa consiguiendo con ello la reducción de la rentabilidad del proyecto. Así que éste último se realizará antes de la fecha de vencimiento de la opción siempre que el coste de su diferimiento supere al valor sacrificado al ejercer la opción de inversión anticipadamente. Esto suele ocurrir cuando (véase la figura 5):

- a) Las opciones son compartidas
- b) El VAN del proyecto es alto
- c) Los niveles de riesgo y de tipo de interés son bajos
- d) La competencia es alta

⁸ KESTER, W. Carl: "Today's options for tomorrow's growth" *Harvard Business Review* (Marzo-Abril) 1984. Págs.: 153-160. Existe traducción al español "Las opciones de hoy para el crecimiento futuro". *Análisis Financiero* 54, 1991. Págs.: 65-74

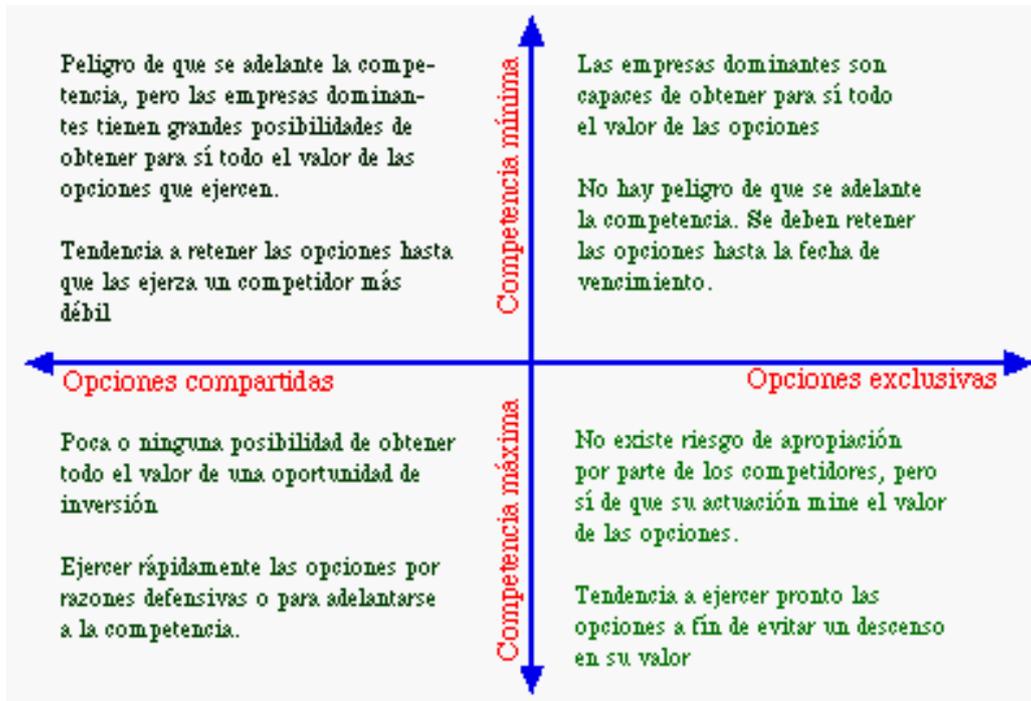


Fig.5 Las opciones de crecimiento y el factor tiempo [Fuente: Kester 1984]

En conclusión, las opciones compartidas suelen carecer de valor y las únicas que interesan son las opciones en exclusiva, lo malo es que éstas últimas no abundan tanto como quisiéramos, porque para ello será necesario tener barreras de entrada (patentes, por ejemplo) o ventajas competitivas.

Ejemplo 1: Posiblemente la opción real documentada más antigua aparece en el libro del Génesis 29, 9-11.

Jacob viajó a Mesopotamia, a ver a su tío Labán. Raquel, la hija menor de éste, salió a su encuentro. Jacob se enamoró de ella en cuanto la vio. Fue un flechazo. Propuso a Labán quedarse a trabajar siete años para él a cambio de que se la concediese como esposa. Aceptó Labán, y se quedó con él Jacob, haciendo prosperar sus rebaños. Al cabo de los siete años, en la ceremonia de la boda el padre le entregó la mujer cubierta con un velo nupcial casi opaco. Y tras la ceremonia, ya anochecido, la introdujo en su tienda. Al día siguiente, con la luz del sol, supo Jacob que con quien se había casado no era con Raquel, sino con su hermana Lía. Protestó Jacob ante su tío, pero éste le dijo que su obligación de padre era casar antes a la hija mayor. Tuvo que aguantarse Jacob. No podía ya repudiar a Lía. Le ofreció a su tío por tanto, trabajar otros siete años para conseguir a Raquel. Y así lo hizo. Al cabo de ese tiempo, Raquel pasó a ser la segunda mujer de Jacob.



¿Cuál es el activo subyacente, el precio de ejercicio, el tiempo, la volatilidad y el dividendo? ¿Detecta una opción compuesta?

Ejemplo 2: La película "Los cuatro fantásticos"

Comentario del diario El Mundo en la semana de su estreno (año 2004): "Cabe destacar que ésta no es la primera versión de *Los cuatro fantásticos*: en 1994 se hizo una película sobre la novela gráfica con un *casting* desconocido, pero jamás fue estrenada. Es más, cuando la rodaron sus autores ya sabían que nunca vería la luz, pues sólo la filmaron con el fin de que la productora no perdiera los derechos para llevarla al cine (había una fecha límite para adaptarla)".

¿Puede definir las seis variables que caracterizan a toda opción real en este caso?.

3. EJEMPLO DE OPCIONES REALES: REFINERÍA Y EXTRACCIÓN DE CRUDO

Imagínese una compañía petrolera que, durante un año, tiene el derecho a explotar un terreno determinado debido a la posibilidad de que éste tenga reservas de crudo. Inicialmente realizará los pagos provenientes de los costes de exploración, de la construcción de caminos y de la creación de otras infraestructuras necesarias. Para, posteriormente, hacer frente a los desembolsos necesarios de un nuevo sistema de procesamiento. A partir del último pago la compañía estará en disposición de generar los flujos de caja operativos.

Durante el proceso de construcción la directiva puede tomar diversas decisiones con arreglo a las condiciones del mercado del crudo como, por ejemplo:

- a) Puede seguir adelante con el proyecto
- b) Puede esperar a realizar el proyecto a que el precio del crudo supere suficientemente al coste de extracción del mismo.
- c) Puede reducir la escala de producción un $c\%$, ahorrando una porción del último pago A_C si nos encontramos ante un mercado débil.
- d) Se podría diseñar el proceso de producción de forma flexible. Es decir, si los precios aumentasen por encima de lo previsto, la tasa de producción podría incrementarse en un $x\%$ desembolsando una cantidad adicional A_E .
- e) En cualquier momento la directiva podría liquidar su inversión obteniendo su valor residual o dedicándola a otra utilización alternativa.

Utilizaremos este ejemplo para ir analizando diversos tipos de opciones reales, y su forma de valorarlos, en los siguientes epígrafes. Pero antes de ello, pongámosle



algunas cifras a nuestro caso.

Así, supongamos que tenemos la oportunidad de invertir ahora mismo $A_0 = 104$ millones de euros en el proyecto consistente en la extracción de crudo. Además, hemos calculado el valor actual de los flujos de caja esperados de dicho proyecto obteniendo un valor medio esperado de 100 millones de euros, pero dicho valor tiene una oscilación que medida por su desviación típica es del 58,8%. Por otra parte, sabemos que el tipo de interés sin riesgo es del 5%.

Con arreglo a estos datos es fácil darse cuenta que el proyecto no parece interesante puesto que el VAN medio esperado es igual a -4 millones ($VAN = -104 + 100$), valor que indicaría la necesidad de rechazar el proyecto de inversión al no tener en cuenta el valor de las opciones implícitas.

Ahora bien, tales opciones pueden ser evaluadas si realizamos un proceso de valoración que sea neutral al riesgo a través del cual el valor actual de cualquier derecho contingente⁹ puede ser calculado utilizando sus valores futuros esperados (utilizando las probabilidades neutrales al riesgo) descontados al tipo de interés libre de riesgo (r_f).

Para valorar dichos derechos aplicaremos el método binomial de valoración de opciones (para ello es importante que vea el apéndice A) y calcularemos el valor de las probabilidades neutrales al riesgo. Previamente deberemos calcular los coeficientes de ascenso (U) y de descenso (D) del valor medio esperado (los 100 millones).

$$[\text{Ec.2}] \quad U = e^{\sigma} = e^{0,588} = 1,8$$

$$[\text{Ec.3}] \quad D = 1/U = 0,56$$

Las probabilidades neutrales al riesgo se calcularán de la siguiente forma:

$$[\text{Ec.4}] \quad \text{Probabilidad de ascenso: } p = \frac{(1+r_f) - D}{U - D} = \frac{(1+0,05) - 0,56}{1,8 - 0,56} = 0,395$$

$$\text{Probabilidad de descenso: } 1-p = 1 - 0,395 = 0,605$$

En la figura 6 se puede observar la distribución del valor del negocio el próximo año en relación con su valor actual. Es decir, con arreglo a la desviación típica del valor actual del negocio podemos esperar que su valor dentro de un año pueda alcanzar uno de los siguientes valores: 180 millones o 56 millones¹⁰.

⁹ Por ello a este tipo de valoración se le denomina análisis de los derechos contingentes o en inglés *contingent claims analysis* (CCA)

¹⁰ Por supuesto que puede alcanzar infinitos valores, pero imagínese que el valor de 180 millones representa a todos aquellos que superan a los 100 millones actuales, y que el valor de 56 millones representa a los que están por debajo. En el apéndice A puede verse que esto es así.

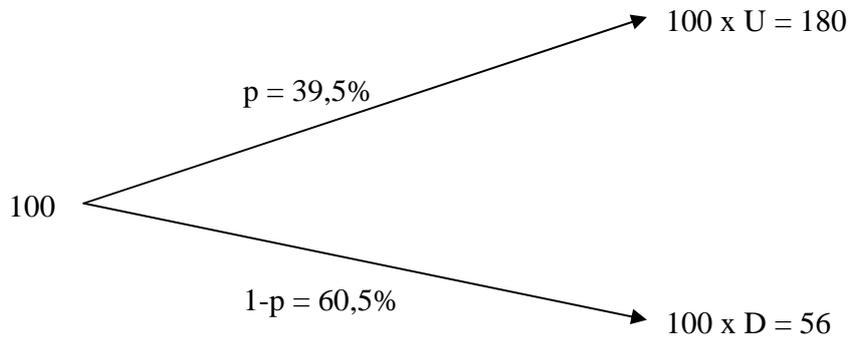


Fig. 6

En este mundo neutral al riesgo el valor actual del proyecto (E_0) será igual a:

$$[Ec.5] \quad E_0 = \frac{pE_1^+ + (1-p)E_1^-}{(1+r_f)}$$

donde E_1^+ indica el valor del proyecto (suponiendo neutralidad con respecto al riesgo) dentro de un periodo en el caso de que aumenten los precios, y E_1^- lo mismo, en el caso de que éstos descendan. Estos valores nos van a ser muy útiles a la hora de estimar el valor de las opciones reales. Con objeto de comprobar que en ausencia de opciones reales el valor del VAN sigue siendo el mismo, baste decir que en este caso $E_1^+ = VA_1^+ = 180$ y que $E_1^- = VA_1^- = 56$ y que el valor actual es igual a:

$$E_0 = \frac{pE_1^+ + (1-p)E_1^-}{(1+r_f)} = \frac{0,395 \times 180 + 0,605 \times 56}{1 + 0,05} = 100$$

exactamente igual que cuando valoramos el proyecto a través del descuento de sus flujos de caja.

Los tipos de opciones reales se pueden clasificar en tres grupos que pueden estar interrelacionados:

1. Diferir / Aprender
 - a. La *opción de diferir* (*option to defer*) un proyecto proporciona a su propietario el derecho a posponer su realización durante un plazo de tiempo determinado. Esto le permite aprovecharse de la reducción de la incertidumbre lo que en sí puede ser valioso.
 - b. La *opción de aprendizaje* (*learning option*) proporciona a su propietario la posibilidad de obtener información a cambio de un coste determinado.
2. Inversión / Crecimiento
 - a. La *opción de ampliar* (*scale up option*) un proyecto de inversión propor-



ciona a su propietario el derecho a adquirir una parte adicional del mismo a cambio de un coste adicional y de esta manera el proyecto resultante tendrá un tamaño mayor al inicial.

- b. La *opción de intercambio (switch up option)* proporciona a su propietario el derecho a intercambiar productos, procesos o plantas, dada una alteración favorable en el precio subyacente o en la demanda de factores o productos.
 - c. La *opción de ampliación del alcance (scope up option)* permite apalancar un proyecto realizado en un sector determinado para que pueda ser utilizado además en otro sector relacionado
3. Desinvertir / Reducir
- a. La *opción de reducir (scale down option)* un proyecto de inversión proporciona a su propietario el derecho a renunciar a una parte del mismo a cambio de un ahorro adicional de costes.
 - b. La *opción de intercambio (switch down option)* permite adaptarse a una estructura de costes más liviana y a unos activos más flexibles para responder a un cambio adverso en la demanda.
 - c. La *opción de reducción del alcance (scope down option)* permite reducir, e incluso abandonar, el alcance de las operaciones en un sector relacionado cuando el potencial de negocio se reduce o desaparece.
 - i. La *opción de abandono (option to abandon)* proporciona a su propietario la posibilidad de vender, liquidar o abandonar un proyecto determinado.
 - ii. La *opción de cierre temporal (option to temporarily shut down)* que proporciona a su propietario el derecho a abandonar de forma temporal la explotación de un proyecto de inversión.

Generalizando, podemos decir que las opciones reales pueden serlo de crecimiento, de diferimiento y de abandono, por ello seguidamente vamos a ver un ejemplo de aplicación de cada una de ellas¹¹. Pero el lector debe saber que en los proyectos de inversión puede haber varias opciones reales simultáneamente por lo que, si ha entendido bien el proceso de su valoración individual, podrá estimar su valor conjunto con pequeños ajustes.

4. LA OPCIÓN DE DIFERIR UNA INVERSIÓN

La *opción de diferir* un proyecto de inversión proporciona a su propietario el derecho a posponer su realización durante un plazo de tiempo determinado. Esta opción es más valiosa en proyectos donde una empresa tiene derechos exclusivos para invertir en un

¹¹ Pueden verse muchos más ejemplos de todos los tipos de opciones reales en Mascareñas, Lamothe, López y Luna (2004)



proyecto y va perdiendo valor conforme las barreras de entrada desaparezcan. Es similar a una opción de compra sobre el valor actual de los flujos de caja esperados del proyecto (VA) y cuyo precio de ejercicio es el coste de realizar el proyecto en la fecha de vencimiento de la opción (A_n).

Debido a que la realización anticipada del proyecto implica renunciar a la opción de diferirlo, el valor de ésta última actúa como un coste de oportunidad, justificando la realización del proyecto sólo cuando el valor actual de los flujos de caja excede del valor actual del desembolso inicial por una cantidad igual al valor de la opción de diferirlo:

$$VA > A + \text{Opción de diferir} \rightarrow \text{VAN básico} > \text{Opción de diferir}$$

La posesión del derecho temporal sobre el terreno proporciona la posibilidad de diferir el proyecto de inversión durante un año con objeto de reducir la incertidumbre sobre el comportamiento de los precios del petróleo en el futuro próximo. Así, si el precio del crudo aumenta suficientemente a lo largo del año, al final del mismo el VAN_1 puede ser positivo y entonces la directiva de la empresa procederá a invertir A_1 ejerciendo su opción a extraer el crudo. La creación de valor un instante antes de expirar su derecho es igual a:

$$[\text{Ec. 6}] \quad E_1 = \text{Máx} [VA_1 - A_1 ; 0]$$

lo que quiere decir que la *opción de diferir* es similar a una opción de compra americana sobre el valor actualizado de los flujos de caja esperados del proyecto (VA) y cuyo precio de ejercicio es A_1 .

Así A_1 será igual a $104 \times 1,05 = 109,2$ millones de euros, mientras que los valores actuales del proyecto dentro de un año, en el caso de neutralidad al riesgo, se calculan aplicando la ecuación 6:

$$E_1^+ = \text{Máx} [VA_1^+ - A_1 ; 0] = \text{Máx} [180 - 109,2 ; 0] = 70,8$$

$$E_1^- = \text{Máx} [VA_1^- - A_1 ; 0] = \text{Máx} [56 - 109,2 ; 0] = 0$$

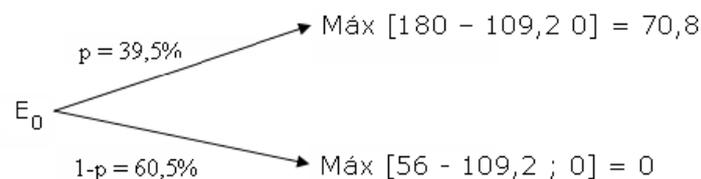


Fig. 7 Opción de diferir

El valor total del proyecto, opción de diferir incluida, se calcula a través de la ecuación 5:



$$E_0 = \frac{pE_1^+ + (1-p)E_1^-}{(1+r_f)} = \frac{0,395 \times 70,8 + 0,605 \times 0}{1 + 0,05} = 26,63$$

por tanto, si ahora quisiéramos conocer el valor de la opción de diferir el proyecto no tendríamos más que restarle a su valor actual total (26,63 millones de euros) su propio VAN básico (-4 millones de euros) con lo que obtendríamos un valor de la opción de diferir el proyecto de 30,63 millones de euros:

$$\text{Opción de diferir} = \text{VAN total} - \text{VAN básico} = 26,63 - (-4) = 30,63 \text{ mill. €}$$

Como el valor actual de los flujos de caja esperados es de 100 millones de euros, quiere decir que el valor de la opción de diferir es igual al 30,6% del valor de dichos flujos. Un valor importante.

Así que lo que nos dicen estos resultados es que ahora mismo no interesa invertir pero que el valor de esperar un año a ver cómo evoluciona el precio del crudo es de 30,63 millones de euros.

Ejemplo 3: La opción de diferir una explotación minera

Una compañía minera se planteó calcular cuánto se debía ofrecer por el alquiler de un terreno susceptible de convertirse en una explotación minera de carbón. Su equipo directivo extrapoló el precio de dicho mineral durante el horizonte temporal de la inversión, además, hizo lo mismo con los costes de extracción, con los impuestos y estimó la cantidad de carbón que podía extraerse de la mina; con todo ello calculó el valor actual de los flujos de caja implicados en el desarrollo de la explotación minera y en la venta del carbón. Concluyó que el alquiler valía como mucho 59 millones de dólares.

El equipo directivo de la empresa era consciente de que la fluctuación del precio del carbón podía ser bastante grande. Como su precio actual estaba próximo al umbral de rentabilidad del proyecto, las proyecciones de ingresos eran muy sensibles con respecto a las variaciones del precio en el futuro.

La empresa se dio cuenta de que al pagar el alquiler estaría adquiriendo una opción para diferir la apertura de la mina hasta el instante en que el precio del mineral ascendiese lo suficiente para que la operación resultara económicamente beneficiosa. Esta opción tomó un valor de 57 millones de dólares, casi lo mismo que si la mina se ponía en explotación inmediatamente. Así, el valor máximo del alquiler pasaba a ser de 116 millones de dólares.

La empresa ofreció 72 millones al propietario del terreno por alquilárselo, esperó hasta que el precio se situó a un nivel adecuado y obtuvo una buena ganancia con la operación.

En unos términos más coloquiales esta opción la practicamos todos cada vez que optamos por "esperar y ver" antes de tomar una decisión porque consideramos



que nos falta información para decantarnos en un sentido o en otro. Con la espera pretendemos obtener más información para poder decidir, pero tanto la espera como la anticipación tienen un coste, en el primer caso el coste de oportunidad de esperar a tener más información, en el segundo el coste del retraso en tomar la decisión.

El valor de esperar a realizar el proyecto debe contemplarse dentro del contexto de la estrategia global de la empresa y puede verse perjudicado, incluso, gravemente por la acción de la competencia o por una estrategia de anticipación que no dé lugar a la espera. Y en todo caso, como ya se ha comentado, el valor de la opción de diferir el proyecto valdrá más para una compañía que la posea en exclusiva, valiendo mucho menos e incluso nada si es compartida.

5. LA OPCIÓN DE AMPLIACIÓN O CRECIMIENTO DE UNA INVERSIÓN

Si los precios, u otras condiciones del mercado, resultan ser mucho más favorables que lo inicialmente esperado, la dirección podría acelerar sus planes de expansión de la producción (en un $x\%$) incurriendo en un coste adicional (A_E). Esto es lo mismo que adquirir una opción de compra sobre una parte adicional del proyecto base con un precio de ejercicio igual a A_E .

Por tanto, la oportunidad de inversión con la opción de ampliación incorporada puede ser contemplada como un proyecto de inversión inicial o base (VA) más una opción de compra sobre una inversión futura:

$$[Ec.7] \quad E_1 = VA_1 + \text{Máx} [xVA_1 - A_E ; 0]$$

La opción de ampliar la escala productiva puede ser estratégicamente importante de cara a posibilitar a la compañía la capitalización de las futuras oportunidades de crecimiento¹². Esta opción, que sólo será ejercida cuando el comportamiento futuro del mercado se vuelva claramente favorable, puede hacer que un proyecto de inversión aparentemente desaconsejable (basado en el VAN básico) tenga un valor positivo.

Volviendo a nuestro ejemplo, supongamos que la empresa tiene la oportunidad de aumentar la tasa de producción en un 50% más ($x = 0,5$) incurriendo en un desembolso adicional posterior de 40 millones de euros (A_E), siempre que las condiciones imperantes en ese momento resulten ser claramente favorables.

Así, transcurrido un año, el equipo directivo puede elegir entre continuar con la escala de producción actual o ampliarla un 50% más pagando una cantidad adicional:

¹² Así, por ejemplo, algunas empresas españolas han optado por implantar una pequeña fábrica en Rusia de cara a tantear el mercado y con la esperanza de que si éste responde favorablemente se pueda proceder a una inmediata expansión de aquélla. Este proceso se puede contemplar como una opción de ampliación y, además, la implantación de la fábrica pequeña es una forma de disminuir la incertidumbre que recae sobre el proyecto (opción de aprendizaje).



$$\begin{aligned} E_1^+ &= VA_1^+ + \text{Máx} [xVA_1^+ - A_E ; 0] = \\ &= 180 + \text{Máx} [180 \times 0,5 - 40 ; 0] = 230 \text{ (ampliar)} \\ E_1^- &= VA_1^- + \text{Máx} [xVA_1^- - A_E ; 0] = \\ &= 56 + \text{Máx} [56 \times 0,5 - 40 ; 0] = 56 \text{ (no ampliar)} \end{aligned}$$

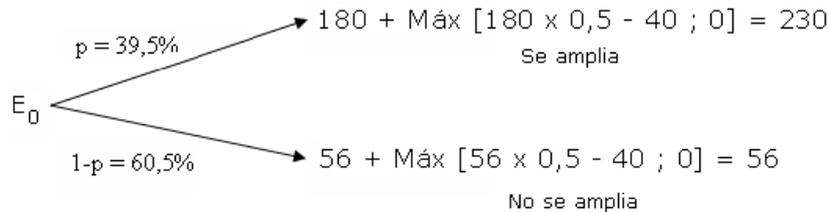


Fig. 8 Opción de ampliar

El valor total del proyecto (E_0), opción de ampliación incluida, será igual a actualizar el valor medio del proyecto en el año 1 (E_1) y restarle el desembolso inicial necesario para realizar la inversión (104 millones):

$$E_0 = \frac{pE_1^+ + (1-p)E_1^-}{(1+r_f)} - A_0 = \frac{0,395 \times 230 + 0,605 \times 56}{1+0,05} - 104 = 14,79 \text{ mill } \text{€}$$

El valor de la opción de ampliar tendrá un valor de 18,79 millones de euros (el 18,8% del valor actual de los flujos de caja):

$$\text{Opción de ampliar} = \text{VAN total} - \text{VAN básico} = 14,79 - (-4) = 18,79 \text{ mill. } \text{€}$$

Estas opciones crean infraestructura y oportunidades para una expansión posterior y, por ello, son un valor estratégico. Son opciones secuenciales que enlazan distintas fases de crecimiento y expansión al mismo tiempo que preservan la flexibilidad directiva para acometer la fase siguiente dependiendo de las condiciones imperantes del mercado. Incluso si el proyecto piloto resulta ser un fracaso, la empresa ganará experiencia y comprensión lo que puede ser útil para valorar o planificar otras opciones de crecimiento futuras que se puedan plantear.

Esta clase de opción es más valiosa, por lo general, para las empresas con mayor riesgo económico y que generan un mayor rendimiento con sus proyectos (tecnológicas, software, etcétera) que para las que son mucho más estables (automoción). Y en particular, hay tres casos en los que el análisis de opciones reales es realmente útil para analizar opciones de crecimiento:

1. *Adquisiciones de tipo estratégico.* La empresa adquirente suele pensar que la operación le va a proporcionar unas ventajas competitivas en el futuro como, por ejemplo, la entrada en un mercado de rápido crecimiento o de



gran tamaño, la compra de conocimiento tecnológico, y la adquisición de una marca reconocida.

2. *Investigación y desarrollo*. El dinero invertido en I+D representa el coste de la opción de compra y los productos que surjan de la misma representan los flujos de caja de la opción. Es necesario tener en cuenta que la relación entre el valor de la investigación y la cantidad óptima a invertir irá variando conforme el negocio madure.
3. *Proyectos multietapa*. Este tipo de proyectos reduce el potencial de crecimiento de la empresa a cambio de protegerla del riesgo de caída, permitiendo a cada etapa juzgar la demanda y decidir si se pasa a la siguiente o se abandona. Entre sus riesgos conviene destacar que los competidores pueden decidir su entrada en el mercado a una escala completa con objeto de hacerse con él, o que los costes pueden crecer en cada etapa al renunciarse a aprovecharse totalmente de las economías de escala. Nuevamente, las barreras de entrada, la incertidumbre sobre el tamaño del mercado, y los proyectos que necesitan una fuerte inversión en infraestructura y con un alto apalancamiento operativo, son los que generan unas mayores ganancias si se realizan por etapas.

6. LA OPCIÓN DE ABANDONO

Esta opción proporciona a su propietario el derecho a vender, liquidar, cerrar (abandonar, en suma) un proyecto determinado a cambio de un precio.

Este tipo de opciones, aparece en muchos tipos de negocios. Por ejemplo, los capitalistas-riesgo cuando comprometen una determinada cantidad de dinero en una nueva empresa lo suelen hacer por etapas, lo que les permite mantener la opción de abandonar el proyecto en cuanto consideren que su futuro es bastante oscuro. De hecho, la principal razón de racionar el dinero invertido a través de su reparto por etapas es precisamente el mantenimiento de la opción de abandono.

La directiva no tendrá que seguir incurriendo en costes fijos si no se vislumbra una mejora del precio del petróleo o existen otras causas que aconsejen el abandono definitivo del proyecto. Esto es, los directivos tienen una opción para abandonar el proyecto a cambio de su valor residual (éste puede ser su valor de liquidación, la venta de la compañía, etc.). Dicha opción de venta sobre el valor actual del proyecto (VA) es de tipo americano, cuyo precio de ejercicio es el valor residual, o el de la mejor alternativa posible (VR), y capacita a la directiva a recibir:

$$[\text{Ec. 8}] \quad VA + \text{Máx} [\text{VR} - \text{VA} ; 0] = \text{Máx} [\text{VA} ; \text{VR}]$$



Así, supongamos que el valor residual de la empresa de explotación petrolífera (o el de su mejor alternativa) se distribuye según el esquema temporal mostrado en la figura 9.

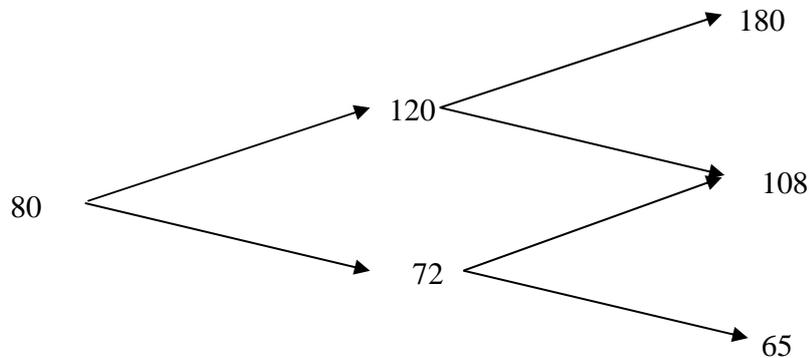


Fig. 9 Distribución binomial del valor residual

En el que se puede observar como el valor residual actual ($VR_0 = 80$ millones) es inferior al valor actual del proyecto ($VA_0 = 100$ millones), puesto que si esto no fuese así la directiva habría optado directamente por no acometer éste último; además tiene una menor varianza (así, si las cosas van bien no será óptimo abandonar tempranamente el proyecto, pero si van mal podría ser aconsejable). Por tanto, el valor del proyecto para los accionistas, suponiendo que puedan abandonarlo al final del primer año, será:

$$E_1^+ = \text{Máx} [VA_1^+ ; VR_1^+] = \text{Máx} [180 ; 120] = 180 \text{ (continuar)}$$

$$E_1^- = \text{Máx} [VA_1^- ; VR_1^-] = \text{Máx} [56 ; 72] = 72 \text{ (abandonar)}$$

El valor del proyecto, opción de abandono incluida, será:

$$E_0 = \frac{pE_1^+ + (1-p)E_1^-}{(1+r_f)} - A_0 = \frac{0,395 \times 180 + 0,605 \times 72}{1 + 0,05} - 104 = 5,20 \text{ mill. €}$$

y, por tanto, el valor de la opción de abandonar totalmente la producción es igual a:

$$\text{Opción de cerrar} = \text{Valor total} - \text{VAN básico} = 5,2 - (-4) = 9,2 \text{ mill. €}$$

Las *cláusulas de escape* son la forma más directa de construir opciones de abandono porque crean una flexibilidad operativa de forma contractual con otras partes implicadas en el proyecto. Los contratos con suministradores pueden tener una base anual y no a largo plazo, o los empleados pueden ser contratados mediante contratos temporales en lugar de indefinidos. Evidentemente, hay un coste en la creación de



esta flexibilidad pero los beneficios pueden ser grandes, sobre todo en los negocios más arriesgados o volátiles.

La existencia de una valiosa opción de abandono aumenta el deseo de invertir en un proyecto (lo mismo que una valiosa opción de reinvertir reduce las ganas de abandonar). Por ello, la opción de abandono tiene un efecto económico sobre las decisiones y, por lo general, no debe valorarse aisladamente. El valor de la opción de abandono aumenta:

- a) Cuanto mayor sea la incertidumbre sobre el valor futuro del negocio
- b) Cuanto mayor sea la cantidad de tiempo de que se dispone para ejercer dicha opción
- c) Cuanto mayor sea la relación entre el valor de abandono del proyecto (su valor de liquidación) respecto de su valor terminal o residual (valor actual de los flujos de caja libres restantes).

El caso de dos períodos

Vamos a aprovechar este epígrafe para comentar que, evidentemente, la valoración del proyecto de inversión o de las propias opciones no se limita sólo al próximo período sino que se puede extrapolar a períodos posteriores. Vamos a ver, por ejemplo, cómo se podría hacer este cálculo para los dos próximos años en el caso que estamos analizando aquí.

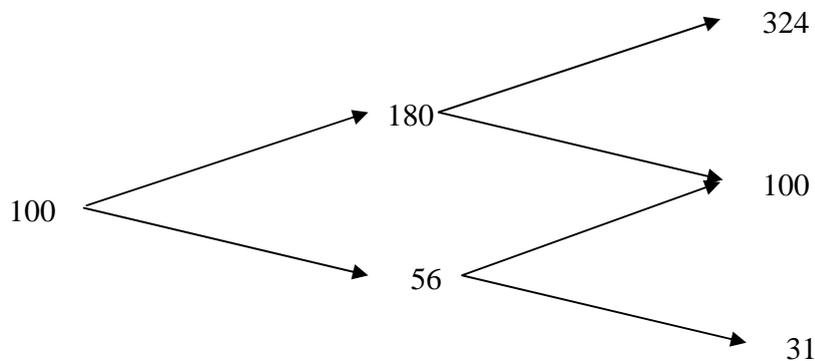


Fig. 10 Distribución binomial del valor del proyecto

Para calcular el valor del proyecto al final del año 1 es necesario recordar que el valor actual del mismo en dicho instante podía ser o bien $VA^+_1 = 180$ millones, o bien $VA^-_1 = 56$ millones según que las cosas fuesen bien o mal, respectivamente. Obsérvese que el factor de crecimiento del valor del proyecto es del 1,8 y el de decrecimiento es del 0,56 (véase la figura 10).

En el caso de que las condiciones sean optimistas el $VA^{++}_2 = VA^+_1 \times 1,8 = 324$ millones, si son intermedias el $VA^{+-}_2 = VA^+_1 \times 0,56 = 100$ millones, mientras que si fuesen pesimistas $VA^{-}_2 = VA^-_1 \times 0,56 = 31$ millones. Todo ello implica que la



volatilidad del valor actual de los flujos de caja se va a mantener constante los dos años. Por tanto, los posibles valores del proyecto al final del año 2, con la posibilidad de abandonarlo totalmente, serían:

$$E^{++} = \text{Máx} [VA_2^{++} ; VR_2^{++}] = \text{Máx} [324 ; 180] = 324 \text{ millones (continuar)}$$

$$E^{+-} = \text{Máx} [VA_2^{+-} ; VR_2^{+-}] = \text{Máx} [100 ; 108] = 108 \text{ millones (abandonar)}$$

$$E^{--} = \text{Máx} [VA_2^{--} ; VR_2^{--}] = \text{Máx} [31 ; 65] = 65 \text{ millones (abandonar)}$$

Con estos datos se puede calcular el valor del proyecto al final del año 1 si las condiciones son optimistas:

$$E_1^+ = \frac{pE_2^{++} + (1-p)E_2^{+-}}{(1+r_f)} = \frac{0,395 \times 324 + 0,605 \times 108}{1+0,05} = 184,11 \text{ mill. €}$$

y si son pesimistas:

$$E_1^- = \frac{pE_2^{+-} + (1-p)E_2^{--}}{(1+r_f)} = \frac{0,395 \times 108 + 0,605 \times 65}{1+0,05} = 78,08 \text{ mill. €}$$

Por tanto, el valor del proyecto, opción de abandono incluida, será:

$$E_0 = \frac{pE_1^+ + (1-p)E_1^-}{(1+r_f)} - A_0 = \frac{0,395 \times 184,11 + 0,605 \times 78,08}{1+0,05} - 104 = 10,25 \text{ mill. €}$$

y, por tanto, el valor de la opción de abandonar totalmente la producción es igual a:

$$\text{Opción de cerrar} = \text{Valor total} - \text{VAN básico} = 10,25 - (-4) = 14,25 \text{ mill. €}$$

Obsérvese que, como ya señalamos anteriormente, al tener en cuenta un mayor plazo de tiempo el valor de la opción es mayor lo que es lógico puesto que el valor de las opciones aumenta con el horizonte temporal.

7. LA GESTIÓN DE LAS OPCIONES REALES

El mayor flujo de caja producido por las opciones reales proviene de la flexibilidad asociada a la propia opción porque permite aumentar su valor una vez adquirida. Esta oportunidad surge del hecho de que los negocios, en realidad, se caracterizan por un número limitado de jugadores que interactúan entre sí, cada uno de los cuales puede influir y aumentar el valor de la opción.



Así, por ejemplo, un directivo de una compañía farmacéutica tiene la flexibilidad de influir sobre el valor de una opción real y sobre el valor actual de los flujos de caja del proyecto a base de aumentar los recursos invertidos en el marketing. O, puede aumentar la vida de la opción asegurando una patente o renegociando una licencia, acciones que, por otra parte, afectarán también a las opciones poseídas por la competencia.

De esta manera el equipo directivo a través de la gestión de las opciones reales puede aumentar su valor antes de ejercerlas, haciendo que su valor sea mayor que el precio pagado por ellas. La dirección de la empresa puede gestionar el valor de sus opciones reales a través de influir sobre las variables básicas que influyen en su valoración de las siguientes formas:

- Aumentando el valor actual de los cobros futuros esperados. Se consigue aumentando los ingresos, ya sea a través de aumentar el precio de los productos o servicios, o de aumentar el nivel de producción, o generando oportunidades de negocio secuenciales (opciones compuestas).
- Reduciendo el valor actual de los pagos futuros esperados. Hay dos formas básicas de hacer esto: aumentando las *economías de escala* (el coste unitario desciende conforme aumenta el nivel de producción) o aumentando las *economías de alcance* (utilizando los mismos costes para realizar dos cosas diferentes).
- Aumentando la incertidumbre de los flujos de caja esperados. Por ejemplo, las empresas extractoras de gas en el Mar del Norte han creado valor construyendo posiciones competitivas tempranas y utilizando sus licencias de explotación rápidamente. Sin embargo, algunas empresas han perseguido una estrategia basada en las opciones. Han animado la competencia en determinadas áreas geológicas y han pospuesto sus inversiones hasta que la competencia les ha obligado a ello. Esta estrategia aumenta la incertidumbre proporcionando dos beneficios: 1º) estas compañías esperan para obtener nueva información que les permita acometer sus inversiones en el momento óptimo; 2º) se aseguran los mejores precios de sus clientes cuando éstos se ponen nerviosos debido a la incertidumbre asociada con el suministro de gas.
- Aumentando la vida de la opción. Las empresas pueden renegociar sus licencias de explotación, negociar el aumento del período de suministro exclusivo de materias primas por parte de los proveedores, bloquear los canales de distribución para un producto, etc.
- Reduciendo el coste de oportunidad de no ejercer la opción. El valor perdido a causa de la acción de la competencia puede reducirse desaconsejándoles el ejercicio de su opción a través de bloquear a los consumidores clave o realizando acciones de *lobby* con los reguladores, por ejemplo.

La siguiente cuestión es estudiar cuáles, de entre las anteriores variables, son las más idóneas en cada caso para aumentar el valor de la opción. La respuesta la puede dar un análisis de sensibilidad de las mismas. Así, por ejemplo, en un análisis



llevado a cabo por Leslie y Michaels¹³ sobre un caso determinado de compañías de gas el mero hecho de aumentar el valor de cada variable un 10% implicaba que el valor de la opción aumentaba un 26% si se actuaba sobre la primera variable, un 16% si sobre la segunda, un 11% si sobre la tercera, un 6% si sobre la cuarta y un 4% si se utilizaba la quinta variable.

Por tanto, la cuestión de qué variables utilizar es sencillamente un problema de restricciones externas e internas sobre las operaciones de la empresa. Éstas pueden ser técnicas, o referirse al marketing, a la negociación, etcétera. También se verán afectadas por los factores específicos del proyecto de inversión tales como el retraso entre el desembolso inicial y los flujos de caja o la indivisibilidad del proyecto (esto es, restricciones sobre la inversión incremental). Por ello podemos clasificar las opciones en tres categorías:

- 1ª. *Opciones con prioridad alta.* En las que el valor de la opción es altamente sensible con respecto a las variables sobre las que la directiva puede actuar con facilidad. Por ejemplo, la aplicación de técnicas de perforación horizontal con objeto de maximizar las reservas petrolíferas recuperables.
- 2ª. *Opciones con prioridad media.* En las que el valor de la opción es sensible a las variables sobre las que puede actuar, al menos, un competidor, pero no su propietario. El equipo directivo puede proceder a vender la opción a su propietario natural, salvo que existan otras consideraciones en contrario. Por ejemplo, la opción de alargar los permisos de perforación en una zona determinada valdrá más si ya se tiene instalada una infraestructura previa en comparación con otro inversor que parta de cero.
- 3ª. *Opciones con prioridad baja.* En las que el valor de la opción es insensible a la posible actuación que tanto su propietario como la competencia puedan hacer sobre cualquiera de las variables básicas. Esto sucede por la imposibilidad real de actuar sobre las variables (aunque en "pura teoría", si ello fuese posible, aumentase el valor de la opción). Muchas opciones caen en esta categoría.

En todo caso, hay que hacer notar que el mayor beneficio de contemplar los proyectos de inversión bajo la óptica de las opciones reales es, precisamente, la forma de enfocar dicho análisis, que es distinta a la utilizada en el método del VAN (como ya vimos en los epígrafes iniciales del capítulo).

Así, las estrategias basadas en las opciones reales se distinguen de los sistemas tradicionales en su tratamiento del riesgo. El cambio de perspectiva desde "miedo al riesgo/minimización de la inversión" a "buscar ganancias con riesgo/maximizar la información" da lugar a un amplio rango de posibles acciones, siendo crucial la utilidad de las opciones reales como instrumento estratégico más que como modelo de valoración.

Hay cuatro formas en las que la aplicación del análisis de las opciones reales a

¹³ Véase el artículo de la bibliografía páginas 14-15



cada posibilidad de inversión mejora las estrategias de una empresa:

- 1^a. *Resaltando las oportunidades*. Este tipo de análisis llama la atención sobre el oportunismo estratégico. Fuerza a los directivos a comparar cada oportunidad incremental que surja de los proyectos actuales con todo el rango de oportunidades disponible. De tal manera que el sesgo subjetivo hacia la inversión incremental en proyectos ya existentes (con poco riesgo por ser ya conocidos) viene corregida por el sesgo hacia el riesgo impuesto por el análisis de las opciones reales.
- 2^a. *Aumentando el apalancamiento*. La estrategia de las opciones reales impulsa un apalancamiento estratégico al animar a los directivos a explotar situaciones donde la inversión incremental puede mantener su compañía en juego. Así, inversiones multi-etapa en exploración petrolífera, perforación y procesos de producción están fuertemente apalancadas en cuanto que la inversión exploratoria representa sólo una pequeña fracción del total. Esto es distinto de las inversiones simultáneas en múltiples oportunidades, que reducen tanto la posibilidad de ganancia como de pérdida. Por tanto, el apalancamiento distingue a las estrategias en opciones reales de las tradicionales estrategias de diversificación tendentes a reducir el riesgo.
- 3^a. *Maximizando los derechos*. Los inversores en opciones adquieren el derecho sobre una oportunidad. Teniendo en cuenta que el precio de ejercicio se suele mantener invariable, en muchos casos, los directivos harán lo posible por diferir el ejercicio de la opción aumentando con ello su valor.
- 4^a. *Minimizando las obligaciones*. Las opciones reales suelen incorporar la característica de no obligar en absoluto a su propietario cuando la opción expira "fuera de dinero", lo que minimiza las obligaciones de los directivos en situaciones caracterizadas por el riesgo y la irreversibilidad.

8. SUPUESTOS Y PROBLEMAS AL APLICAR EL ANÁLISIS DE OPCIONES REALES

La aplicación de una metodología basada en la valoración de opciones financieras a la valoración de activos reales implica una serie de supuestos y problemas teórico-prácticos entre los que destacaremos:

8.1. Las posibilidades de arbitraje cuando el activo subyacente no se negocia activamente.

La teoría de valoración de opciones se basa en que es posible construir una cartera que replique los flujos de caja generados por la opción a valorar, lo que se realiza adquiriendo el activo subyacente y prestando o endeudándose al tipo de interés sin riesgo (el arbitraje se encargaría de igualar los precios de la opción y de la cartera)



porque dicha cartera estaría totalmente cubierta¹⁴. Pero esto implica que el activo subyacente es negociado activamente en el mercado, lo que no suele ocurrir con los activos reales, por lo que el arbitraje tampoco conseguirá unificar los precios de las opciones reales y su cartera réplica lo que da lugar a una separación entre el valor de la opción real obtenido mediante el modelo y su precio en el mercado. En teoría, el mercado supondrá que los riesgos que soporta una opción real están cubiertos y así la valorará; pero, si no lo estuvieran, el mercado no debería recompensarle por correr un riesgo extra. Esto se basa en que el supuesto básico del *análisis de opciones reales* es también un supuesto básico del *análisis del flujo de caja descontado*¹⁵: El mercado financiero está libre de arbitraje y es completo, lo que implica:

1. Que los flujos de caja de cualquier proyecto de inversión, o de cualquier activo, a valorar pueden ser replicados en el mercado financiero.
2. Que el nuevo proyecto no es tan grande como para alterar el consumo agregado

A propósito de lo comentado, conviene señalar que las opciones reales existen en un mundo competitivo e interactivo de tal manera que cada paso dado por una empresa individual afecta a sus competidores y al equilibrio del mercado. De tal manera que una empresa que replique perfectamente una decisión de inversión, a través de un activo financiero negociado con objeto de valorar su opción real, es probable que afecte al precio de dicho activo al ejercer dicha opción (por ejemplo, si una empresa petrolera ejerce su opción de explotar un yacimiento afectará al precio del petróleo, que puede ser una de las variables utilizadas en la cartera réplica, y a su volatilidad).

8.2. La varianza no es conocida y si lo es varía con el tiempo.

Los modelos de valoración de opciones parten de la base de que la varianza del rendimiento medio esperado del activo subyacente es conocida y constante, lo que es un supuesto válido en las opciones financieras a corto plazo, pero cuando hablamos de opciones reales éstas suelen afectar a un plazo largo de tiempo, por lo que la varianza es muy improbable que permanezca constante. Esto se debe a que el mercado potencial para los productos o servicios puede ser desconocido y/o porque los cambios tecnológicos pueden alterar la estructura de costes y rentabilidades de dichos productos. Cuando esto ocurre deberemos acudir a algún modelo de valoración de opciones que permita introducir variaciones en la varianza, lo que implica que se modele el proceso de variación de la varianza.

Seguidamente vamos a ver algunas ideas de cómo obtener la varianza del rendimiento medio esperado del activo real subyacente:

¹⁴ Véase el apéndice A

¹⁵ Los mismos supuestos se requieren para maximizar el valor de la empresa y para utilizar los métodos de valoración basados en el flujo de caja descontado (VAN y TIR sobre todo); pues los directivos que los utilizan no buscan rutinariamente un activo gemelo que cotice en el mercado de valores para estimar el valor del proyecto. En otras palabras, los supuestos para aplicar el análisis de opciones reales son los utilizados en la práctica del presupuesto de capital.



1. Si se dispone de los datos del comportamiento de algún proyecto similar realizado en el pasado puede tomarse la varianza de sus flujos de caja como base para el cálculo del valor del riesgo del nuevo proyecto.
2. Pueden diseñarse una serie de posibles escenarios futuros del comportamiento de los flujos de caja del proyecto, asignarles unas probabilidades de ocurrencia a sus valores actuales, y de aquí derivar el valor de la varianza de sus rendimientos, que sería la que se tomaría como representativa del proyecto a valorar. También se pueden estimar las distribuciones de probabilidad de cada variable aleatoria y mediante un proceso de simulación estimar la varianza de los rendimientos del proyecto subyacente.
3. Utilizar la varianza del valor de las empresas similares del mismo sector que coticen en Bolsa.
4. El coeficiente de volatilidad (*beta*) y el riesgo total (σ) están positivamente correlacionados en una gran muestra de activos operativos, es decir, aquéllos que tengan grandes *betas* tendrán un mayor riesgo total. Los proyectos individuales suelen tener mayores volatilidades que una cartera diversificada de los mismos proyectos pero, obsérvese, que una volatilidad del 20-30% anual no es demasiado alta para un proyecto individual.

8.3 El ejercicio no es instantáneo

La suposición de que el ejercicio de la opción es instantáneo es un supuesto básico de los modelos de valoración de opciones financieras, supuesto que no es cierto en muchas opciones reales, porque el ejercicio puede implicar realizar unos desembolsos y operaciones que implican varios años. Además esto implica que el verdadero valor de la vida de la opción es inferior al calculado inicialmente. Por ejemplo, si se tienen los derechos para explotar un campo petrolífero durante 20 años y se tarda tres desde que se toma la decisión de perforar –se ejerce la opción- hasta que se comienza a vender el petróleo extraído, implicará que la vida real de la opción es de 17 años.

Es decir, algunas de las opciones reales ejercidas cuando son *dentro de dinero* pueden acabar transformándose con el tiempo en *fuera de dinero* después de haber sido ejercidas¹⁶. Por lo tanto, las opciones reales no se benefician de la incertidumbre en sí, sino sólo de la flexibilidad para responder a la incertidumbre futura.

Para tratar con este problema se puede realizar un ajuste consistente en reflejar la pérdida de los flujos de caja que no se generan mientras se está procediendo al ejercicio del proyecto sin más que descontar el valor actual de éste al rendimiento so-

¹⁶ Imagine, por ejemplo, que usted posee opciones de compra de acciones de su empresa (las famosas *stock options*) cuyo precio de ejercicio es de 20 euros, pero una vez ejercidas no puede vender las acciones obtenidas hasta un par de años después. Cuando llega el momento del ejercicio las acciones valen 50 euros y usted gana "en teoría" 30 euros (paga 20 € por una acción ordinaria que vale 50€), pero si transcurridos dos años el precio de la acción es de sólo 8 euros, usted no sólo no ha ganado 30 euros sino que ha perdido 12 euros. ¡Ah! y algo peor, Hacienda le grava el beneficio de los 30 euros que obtuvo hace dos años, aumentando su pérdida real. Este caso está a la orden del día en las empresas y en los ejecutivos de medio mundo.



bre dividendos (ingreso neto / valor del proyecto) tantos años como sea el desfase¹⁷. Así, si el valor actual del proyecto es de 100 millones de euros y el desfase producido entre el momento de decidir su realización y el instante en que empieza a suministrar flujos de caja es de 3 años, el valor del activo subyacente puede ser igual a $100 / (1+\delta)^3$, donde δ es el rendimiento sobre dividendos del proyecto.

BIBLIOGRAFÍA

- AGMON, Tamir (1993): "Capital Budgeting and the Utilization of Full Information: Performance Evaluation and the Exercise of Real Options" en AGGARWAL, Raj (ed.): *Capital Budgeting Under Uncertainty*. Prentice Hall. Englewood Cliffs (NJ). Cap. 13
- AMRAN, Martha y KULATILAKA, Nalim (1999): *Real Options*. Harvard University Press.
- ARNOLD, Tom y SHOCKLEY, Richard (2002): "Real Options Analysis and the Assumptions of the NPV Rule". <http://www.realoptions.org/papers2002/SchockleyOptionNPV.pdf>
- BOER, F. Peter (2002): *The Real Options Solution*. John Wiley. Nueva York.
- BREALEY, Richard y MYERS, Stewart (1993): *Fundamentos de Financiación Empresarial*. McGraw Hill. Madrid. (4ª ed.). Cap. 21
- BRENNAN, Michael y SCHWARTZ, Eduardo (199-): "A New Approach to Evaluating Natural Resource Investments". En CHEW, Donald (ed.): *The New Corporate Finance*. McGraw Hill. Nueva York. Págs.: 98-107
- BUCKLEY, Adrian (1996): *International Capital Budgeting*. Prentice Hall. Londres. Cap. 3º
- COPELAND, Tom y ANTIKAROV, Vladimir (2001): *Real Options. A practitioner's guide*. Texere. Nueva York.
- COPELAND, Thomas y KEENAN, Philip (1998): "How much is flexibility worth?". *The McKinsey Quarterly* nº 2. Págs.: 38-49
- COPELAND, Thomas y KEENAN, Philip (1998): "Making real options real". *The McKinsey Quarterly* nº 3. Págs.: 128-141
- DIXIT, Avinash y PINDYCK, Robert (1994): *Investment under Uncertainty*. Princeton University Press. Princeton (NJ).
- DIXIT, Avinash y PINDYCK, Robert (1995): "The Options Approach to Capital Investment". *Harvard Business Review*. Mayo-Junio. Págs.: 105-115
- EDLESON, Michael (1994): "Real Options: Valuing Managerial Flexibility (A)". *Note* nº 9-294-109. Harvard Business School.
- HOWELL, Sydney y otros (2001): *Real Options. Evaluating Corporate Investment Opportunities in a Dynamic World*. Financial Time Prentice Hall. Londres.
- KASANEN, Eero y TRIGEORGIS, Lenos (1993): "Flexibility, Synergy, and Control in Strategic Investment Planning" en AGGARWAL, Raj (ed.): *Capital Budgeting Under Uncertainty*. Prentice Hall. Englewood Cliffs (NJ). Cap. 12
- KESTER, W.Carl (1984): "Today's options for tomorrow's growth" *Harvard Business Review* (Marzo-Abril) Págs.: 153-160. Existe traducción al español "Las opciones de hoy para el

¹⁷ Esta propuesta aparece en Damodaran (2002) página 776



- crecimiento futuro". *Análisis Financiero* 54, 1991. Págs.: 65-74
- KESTER, W.Carl (1986): "An Options Approach to Corporate Finance", en ALTMAN, Edward (ed.): *Handbook of Corporate Finance*. John Wiley. Nueva York. Cap.5º
- KESTER, W.Carl (1993): "Turning Growth Options Into Real Assets" en AGGARWAL, Raj (ed.): *Capital Budgeting Under Uncertainty*. Prentice Hall. Englewood Cliffs (NJ). Cap. 11
- LESLIE, Keith y MICHAELS, Max (1997): "The real power of real options". *The McKinsey Quarterly* nº3. Págs.: 5-22
- LUEHRMAN, Timothy (1995): "Capital Projects as Real Options: An Introduction". *Note* nº 9-295-074. Harvard Business School.
- MASCAREÑAS, Juan (1999): *Innovación Financiera*. MacGraw Hill. Madrid.
- MASCAREÑAS, Juan; LAMOTHE, Prosper, LOPEZ, Francisco y LUNA, Walter (2004): *Opciones Reales y Valoración de Activos*. Prentice Hall. Madrid.
- MASON, Scott y MERTON, Robert (1991): "Aplicaciones de la Teoría de Opciones para las Finanzas de la Empresa". *Análisis Financiero* 54. Págs.: 38-53
- TRIGEORGIS, Lenos y MASON, Scout (1991): "Valoración de la Flexibilidad Futura en las Decisiones de Inversión". *Análisis Financiero* 54. Págs.: 56-64
- TRIGEORGIS, Lenos (ed.) (1995): *Real Options in Capital Investments*. Praeger. Westport (Conn).
- WESTON, J.Fred y COPELAND, Thomas (1992): *Managerial Finance*. Dryden Press. Fort Worth (Texas). (5ª ed.). Cap. 13

EJERCICIOS

1º. La empresa Eurofarma S.A. tiene la oportunidad de invertir 200 millones de euros en la fabricación de una medicina denominada Gentraxa al hacerse con los derechos de la patente durante un par de años. El equipo directivo ha estimado el valor actual medio de los flujos de caja esperados de Gentraxa en 150 millones de euros estimando, además, que dicho valor puede oscilar un 69,3% anualmente. El tipo de rendimiento mínimo exigido a esta inversión es del 25%, mientras que el tipo libre de riesgo es del 4% anual. Calcular el valor estimado del proyecto de inversión y el valor de la opción de diferirlo dos años.

2º. Guillermo Puertas, el dueño de Macrohard S.A., está analizando un proyecto de inversión consistente en abrir una empresa filial en Minsk (Bielorrusia). El coste inicial de dicho proyecto asciende a 180 millones de euros, siendo la tasa de descuento acorde al riesgo del 30%. Sus analistas estiman que el valor actual medio del proyecto es de unos 190 millones de euros con una desviación típica anual del 63%. Ahora bien, si las condiciones fuesen realmente favorables realizando un desembolso adicional al final del segundo año equivalente a 90 millones de euros se piensa que el valor de los flujos de caja esperados (el valor de la filial) sería un 50% mayor que el calculado en ese instante. Sabiendo que el tipo de interés sin riesgo a un año de plazo es del 4%, ob-



tenga el valor actual medio del proyecto y el valor de la opción de ampliación dentro de un par de años.

3º En 1995, Anheuser-Busch (AB) invirtió 4 millones de dólares para hacerse con el 4,4% de la Compañía Cervecerías Unidas (CCU) en Argentina de tal manera que pudiera introducir sus productos en los mercados argentino y chileno, al mismo tiempo que aprendía cómo se comportaba ese mercado y si se ajustaba o no a lo que AB deseaba. Si, después de unos años, se consideraba que el negocio funcionaba bien AB tomaría el control de CCU (adquiriendo el 95,6% restante). El coste de dicha inversión, de llegar a producirse, se estimaba en unos 2.500 millones de dólares del año 2002.

El valor actual de ese proyecto en el año 1995 se había estimado en 1.290 millones de dólares sujeto a una volatilidad del 35%. El tipo de interés sin riesgo utilizado fue del 7%, la opción vencía a finales del 2002, y el valor de los flujos a los que se renuncia cada año que se pospone la realización del proyecto es del 2% del valor del activo subyacente.

¿Usted cree que AB hizo bien en pagar 4 millones de dólares por hacerse con el 4,4% de las acciones de CCU?.

4º. Sweets Inc., es una compañía confitera que está analizando la posibilidad de montar una fábrica de caramelos en Eslovenia. El valor actual de los flujos de caja esperados expresados en millones de euros es igual a 100, con una desviación típica anual del 62%. Para realizar el proyecto, Sweets Inc. deberá desembolsar una cantidad equivalente a 110 millones de euros de ahora, aunque las autoridades gubernamentales le han dado un año de plazo para que se decida a realizar el proyecto o lo abandone.

Sweets Inc. tiene la posibilidad de ampliar el negocio a partir del segundo año desembolsando otros 60 millones de euros de ese momento lo que le da derecho a aumentar el valor del proyecto en un 50% más. Por otra parte, también puede abandonar definitivamente las operaciones en el segundo año a cambio de 35 millones de euros.

Con arreglo a la información anterior y teniendo en cuenta que el coste de oportunidad del capital de dicho proyecto es del 20% y que la tasa de interés sin riesgo es del 5%, calcular el valor de la totalidad de las opciones reales implícitas.



Apéndice A: **El Método binomial de valoración de opciones**

Supongamos que el valor actual de una acción es de 100 €, y que dentro de un período dicho título puede tomar un valor de 120 €, o bien, haber descendido hasta los 83,3 €. La probabilidad de que ocurra un resultado u otro no importa, sólo interesa el rango de resultados posibles. Si adquirimos hoy por c euros una opción de compra europea sobre dicha acción con vencimiento dentro de un período y precio de ejercicio 100 euros, sabemos que dentro de un periodo podrá valer 20 euros, si la acción se sitúa en 120 €, o bien 0 euros si la cotización de la acción desciende a 83,3 € (véase la figura A.1).

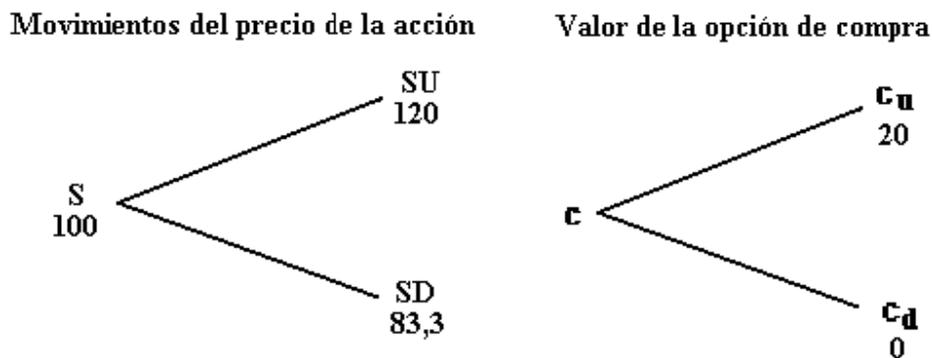


Fig. A.1 Precios de la acción ordinaria y valores de su opción de compra

Una forma de valorar un activo financiero (una opción en nuestro caso) consiste en saber cuánto vale otro activo financiero, o una combinación de activos financieros, que genere exactamente los mismos flujos de caja que el activo a valorar. Este método lo vamos a utilizar para valorar la opción de compra anterior. La cartera que vamos a utilizar como comparación¹⁸ se compone de H acciones y de un préstamo que hemos contraído por B euros a un tipo de interés sin riesgo (r_f), es decir, el valor hoy de dicha cartera sería: $100 H - B$.

Por tanto, dentro de un período los flujos de caja de semejante cartera pueden tomar los dos valores siguientes:

$$\text{Si } S_u = 120 \text{ €} \rightarrow 120 H - (1 + r_f) B = 20 \text{ €}$$

$$\text{Si } S_d = 83,3 \text{ €} \rightarrow 83,3 H - (1 + r_f) B = 0 \text{ €}$$

restando ambas ecuaciones obtendremos el valor del número de acciones ordinarias a comprar (H):

$$36,7 H = 20 \rightarrow H = 0,545$$

¹⁸ Se denomina *cartera de arbitraje* porque si genera los mismos flujos de caja que el activo financiero a valorar y, sin embargo, toma un valor diferente al de éste, los arbitrajistas podrían obtener un beneficio sin riesgo adquiriendo el más barato y vendiendo el más caro. Este proceso acabaría igualando los precios de ambos.



si el tipo sin riesgo r_f es igual al 6% podemos extraer el valor de B en cualquiera de las dos ecuaciones anteriores: 42,83 euros. Luego el valor de la opción de compra, c , en la actualidad, será igual al valor actual de la cartera formada por H acciones más una deuda de B euros, es decir, $100 H - B = 100 \times 0,545 - 42,83 = 11,67$ euros.

Antes de continuar, usted se preguntará que por qué motivo la deuda B debe recibir un tipo de interés sin riesgo y no un tipo de mercado. La respuesta es simple. Si usted observa en las dos ecuaciones anteriores verá que la combinación formada por H acciones y la venta de una opción de compra sobre ellas no tiene riesgo puesto que proporciona siempre el mismo valor (45,40 euros) tanto si la acción aumenta de valor y se sitúa en 120 €, como si desciende a 83,3 €:

$$120 H - 20 = 83,3H - 0 = 45,40$$

Si ahora queremos obtener el valor de la opción de compra mediante una expresión general, lo primero que haremos será reproducir el valor intrínseco de la opción dentro de un período e igualarlo a los flujos de caja de la cartera de arbitraje:

$$c_u = SuH - (1 + r_f) B \qquad c_d = SdH - (1 + r_f) B$$

donde S es el precio de la acción subyacente en la actualidad, S_u será el precio de la acción dentro de un período si es alcista, pues si fuese bajista se le denominaría S_d (donde u y d son los coeficientes por los que hay que multiplicar S para obtener el precio de la acción al final del período –en nuestro ejemplo $u = 1,2$ y $d = 0,833$ -). Por otra parte, el precio de la opción de compra en la actualidad sería c , siendo c_u y c_d , respectivamente, para los casos en que el precio de la acción haya ascendido o haya bajado. Si ahora restamos una ecuación de la otra y despejamos el valor de H, obtendremos el valor del denominado *ratio de cobertura*:

$$H = \frac{c_u - c_d}{S(u - d)}$$

El siguiente paso, será despejar B en una de las ecuaciones anteriores:

$$B = \frac{SuH - c_u}{1 + r_f}$$

y sustituir su valor en la ecuación $HS - B = c$

$$HS - \frac{SuH - c_u}{1 + r_f} = c$$



$$\begin{aligned} HS + HSr_f - SuH + c_U &= c(1 + r_f) \\ HS(1 + r_f - u) + c_U &= c(1 + r_f) \end{aligned}$$

sustituyendo ahora H por su valor y eliminando S del denominador y del numerador:

$$\frac{c_u - c_d}{u - d} (1 + r_f - u) + c_U = c(1 + r_f)$$

Ahora, haciendo un alto en nuestra demostración, vamos a denominar:

$$p = \frac{1 + r_f - d}{u - d} \quad 1 - p = \frac{u - (1 + r_f)}{u - d}$$

Estos valores representan la *probabilidad implícita*¹⁹ de ascenso (p) y de descenso (1-p) del valor de la acción subyacente. Así, por ejemplo, si sustituimos en la ecuación de p las variables por los datos del ejemplo con el que venimos trabajando obtendremos dichas probabilidades:

$$p = \frac{1 + 0,06 - 0,833}{1,2 - 0,833} = 61,85\% \text{ de que ascienda} \quad 1 - p = 38,15\% \text{ de que descienda}$$

Por tanto, si ahora retomamos nuestra demostración y sustituimos parte de la ecuación anterior por el valor de p -1, obtendremos:

$$c_U + (c_U - c_D)(p - 1) = c(1 + r_f)$$

ahora despejando c, obtendremos la expresión que calcula el valor de la opción de compra según el método binomial que, como se puede apreciar, consiste en calcular la media ponderada de los flujos de caja proporcionados por la opción de compra tanto si el precio del activo subyacente asciende como si desciende, y utilizando como ponderaciones las probabilidades implícitas de que dicho precio del activo suba o caiga. Y todo ello actualizado al tipo libre de riesgo:

$$c = \frac{c_u p + c_d (1 - p)}{1 + r_f}$$

¹⁹ Esta especie de probabilidad es "neutral al riesgo", es decir, no tiene nada que ver con la mayor o menor aversión que el inversor tenga al riesgo, entre otras cosas, porque no hay riesgo si se utiliza la combinación de H acciones y la venta de una opción de compra puesto que $S_u - c_u = S_d - c_d$. De ahí que su nombre oficial sea "probabilidad neutral al riesgo".



Concretando, el precio teórico de la opción de compra es igual al valor actual de la media ponderada de los flujos de caja que proporciona. Para demostrar que ésta es la ecuación que buscamos sustituiremos las variables por sus valores:

$$c = \frac{20 \times 0,6185 + 0 \times 0,3815}{1 + 0,06} = 11,67$$

De la binomial a la distribución normal logarítmica

En el proceso de cálculo multiplicativo del modelo binomial podríamos suponer que el factor de descenso d es igual a la inversa del factor de ascenso u , lo que provocaría que los rendimientos del activo fueran simétricos. Ahora bien, téngase en cuenta que para que esto suceda deberemos medir dicho rendimiento a través del logaritmo de la relación entre el precio en un momento determinado (S_t) y el del momento precedente (S_{t-1}). Esto es así, debido a que si, por ejemplo, el precio de una acción durante tres instantes de tiempo consecutivos vale 100, 120 y 100 euros, respectivamente, sus rendimientos serán del 20% (es decir, $20 \div 100$) y del -16,66% (es decir, $-20 \div 120$), como se observa el valor absoluto de ambas cantidades no es simétrico aunque el ascenso y descenso sea el mismo en euros, lo que cambia es la base sobre la que se calcula dicha variación. Sin embargo, si aplicamos el cálculo logarítmico obtendremos unos rendimientos de: $\ln(120 \div 100) = 18,23\%$ y $\ln(100 \div 120) = -18,23\%$, lo que sí los hace simétricos. Por lo tanto, los precios que se distribuyen según una normal logarítmica tendrán unos rendimientos distribuidos normalmente, que serán calculados según la expresión:

$$r_t = \ln(S_t \div S_{t-1})$$

En la figura A2 se muestra un ejemplo de un árbol binomial donde los coeficientes de ascenso y descenso son, respectivamente, $u = 1,2$ y $d = 1/u = 0,833$, que se extiende a lo largo de seis períodos y que comienza con un valor de la acción de 100 euros. La amplitud de un árbol binomial dependerá del tamaño de u y del número de pasos en los que se descompone. El supuesto equivalente para un activo cuyos rendimientos se distribuyen según una normal, es que la varianza de los rendimientos es constante en cada período. Así, si la varianza del período es σ^2 , la varianza para t años será $\sigma^2 t$. Mientras que la desviación típica será $\sigma\sqrt{t}$ a la que se le suele denominar *volatilidad* del activo.

Si σ es la desviación típica de los rendimientos por período, t el número de años hasta el vencimiento y n el número de períodos en los que se subdivide t , el proceso binomial para el activo proporciona unos rendimientos normalmente distribuidos en el límite si:

$$u = e^{\sigma\sqrt{t/n}} \quad y \quad d = 1/u = e^{-\sigma\sqrt{t/n}}$$



					2986	
				2488		
			2073		2073	
		1728		1728		
	1440		1440		1440	
1200		1200		1200		
1000	1000		1000		1000	
	833		833		833	
		694		694		
			579		579	
				482		
					402	
						335

Fig.A2 Árbol binomial de seis períodos y distribución de los precios

Así, por ejemplo, si $S = 1.000 \text{ €}$; $\sigma = 30\%$; $t = 0,5 \text{ años}$; $r_f = 10\%$ y $n = 10$ iteraciones (cada subperíodo es igual a $0,05 \text{ años}$):

$$u = e^{0,3\sqrt{0,5/10}} = 1,06938 \quad \text{y} \quad d = 1/u = 0,93512$$

además, según las ecuaciones que vimos en el epígrafe anterior obtendremos unos valores de las probabilidades neutrales al riesgo iguales a (el tipo de interés sin riesgo semestral es el 5%):

$$p = [(1 + (0,05/10)) - 0,93512] / (1,06938 - 0,93512) = 0,5204$$

$$1-p = 0,4796$$

Las distribuciones normal-logarítmicas de los precios tienen una forma semejante a una campana asimétrica y podemos pensar que conforme el tiempo va transcurriendo la distribución se va ampliando, lo mismo que le ocurre al árbol binomial. Como se aprecia en la figura A3 en la que se muestra una opción de compra *out-of-the-money*, comenzando en el momento cero cuando el precio de la acción subyacente es S , conforme el tiempo pasa la distribución se amplía hasta que una parte de ella supera, o no, al precio de ejercicio (X) en la fecha de vencimiento. En dicha fecha, los flujos de caja de la opción se representan por la zona sombreada que se encuentra por encima de X . El valor actual de la opción de compra es sencillamente el valor actual de dicho área.

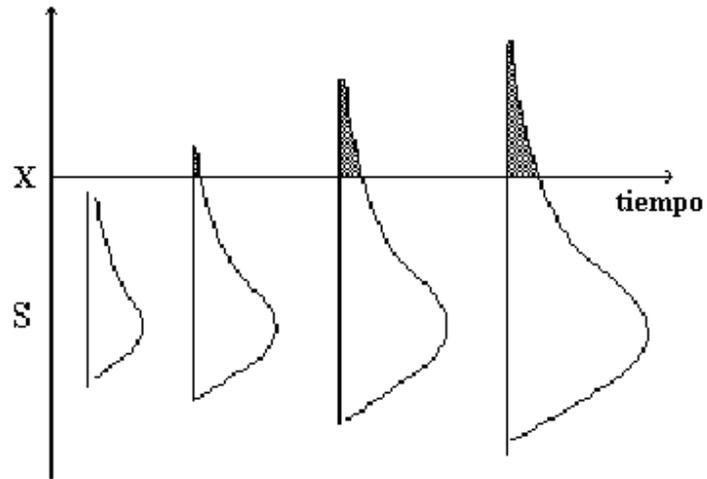


Fig.A3 El valor de la opción aumenta conforme la distribución del precio aumenta al transcurrir el tiempo